



COPPA "ROSA VOLPI"



XII^ GARA PROVINCIALE di MATEMATICA a SQUADRE
Vicenza - 28 Maggio 2024



MARCO POLO 1254 - 1324

A 700 anni dalla scomparsa del grande viaggiatore veneziano
rendiamo omaggio anche al suo amore per la matematica

Istruzioni generali:

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero, compreso tra **0** e **9999**
- Se la quantità richiesta è un numero non intero, va indicata la sua **parte intera** (cioè si toglie la parte dopo la virgola)
- Se la quantità richiesta è un numero negativo si risponda **0000**
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure non è univocamente determinata, si indichi **9999**

Per i calcoli può esser utile tener presente i seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416$$

Scadenze importanti

- **15 minuti dall'inizio:** termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà assegnato d'ufficio il primo problema della lista)
- **45 minuti dall'inizio:** termine ultimo per fare domande sul testo
- **90 minuti dall'inizio:** termine della gara

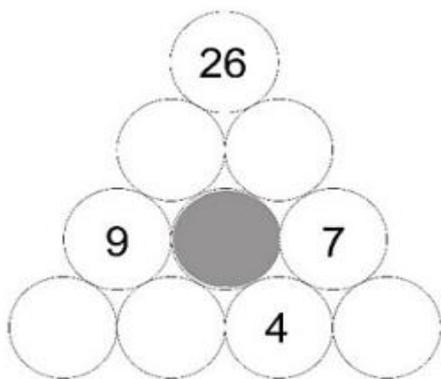
...E come sempre, BUON DIVERTIMENTO!

1) QUANTO TEMPO!

Marco Polo ed i suoi fratelli nel 1271 partirono da Venezia ed arrivarono a Pechino dopo un viaggio di $2,94 \cdot 10^4$ ore. **Quante settimane durò il viaggio?**

2) LE PERGAMENE DI CESAREA

A Cesarea Marco Polo viene in possesso di una importante raccolta di pergamene, proveniente addirittura dalla Fenicia, contenenti fondamenti e teoremi della Geometria. Appassionato di matematica, ne ha letto subito la metà, quindi la metà della restante parte, quindi ancora la metà dell'ultima parte rimanente. In questo modo ha letto in tutto 420 pergamene. **Quante pergamene gli restano per completare la lettura dell'intera raccolta proveniente dalla Fenicia?**



3) IL GIOCO DELLA PERGAMENA

In una delle pergamene arrivate dalla Fenicia trovate da Marco Polo vi è disegnata una figura con il testo in aramaico di un problema: "Si determini il numero da scrivere nel cerchio grigio al centro della piramide, sapendo che ciascun numero gode della proprietà di essere la somma dei due numeri che stanno nei cerchi tangenti inferiormente al cerchio in cui esso è contenuto." **Qual è la risposta al problema?**

4) LA MALATTIA

Arrivato a Samarcanda Marco Polo si ammalò e questo lo costrinse a fermarsi molti mesi nella splendida e ricca città dell'Asia Centrale. In occasione di quella epidemia si narra che il virus si sia diffuso contagiando il 9% della popolazione della città. Dei contagiati, 2 su 11 tuttavia non avevano sintomi (così parla con precisione Marco Polo nel Milione). Se gli abitanti di Samarcanda erano in tutto 9900, **quanti di essi presentarono dei sintomi causati dal virus?**

5) MUSICA MAESTRO!

Il giovane Marco Polo si interessava di musica ed in particolare aveva ben capito che ogni nota musicale corrisponde ad un numero ben preciso di vibrazioni al secondo. Infatti, sappiamo che pizzicando una corda di lunghezza opportuna, si produce la nota LA con 440 vibrazioni al secondo.

I numeri di vibrazioni delle note sono in rapporto fisso tra di loro. Rapportandosi al DO si ha nell'ordine:

DO - RE - MI - FA - SOL - LA - SI i rapporti $1 - 9/8 - 5/4 - 4/3 - 3/2 - 5/3 - 15/8$

Stabilite quante vibrazioni al secondo vengono effettuate pizzicando una corda che suona un RE.

6) SECONDO PROBLEMA DELLA PERGAMENA

Marco Polo ha portato con sé le pergamene trovate a Cesarea e su una di esse legge un altro problema più breve del precedente. Chissà – si domanda – se sarà pure semplice e immediato? Ecco il testo della pergamena: «Un triangolo rettangolo ha i lati lunghi, ciascuno, un numero intero di centimetri.

Sapendo che il perimetro misura 24 cm, **quanti centimetri misura l'ipotenusa?»**

7) I GIARDINI DI KASHGAR

Kashgar è una città ricca di splendidi giardini (almeno così Marco Polo la descrive nel Milione). Per percorrere il perimetro di un giardino di forma quadrata una persona impiega 20 minuti. Un'altra persona che percorre di corsa il perimetro di un altro giardino di forma quadrata, però con l'area nove volte più grande, **quanti minuti impiega andando ad una velocità doppia della prima?**



8) LA STAFFETTA

Quando Marco Polo arrivò a Pechino, si stavano effettuando delle gare di atletica in onore di Kublai Khan. Nella staffetta, i primi 3 corridori di una squadra avevano già effettuato i loro giri e la media temporale per giro risultava di 54 secondi. **Quanto tempo (in secondi) avrà dovuto impiegare il quarto ed ultimo corridore per poter abbassare la media della squadra a 52 secondi?**

9) LA MOSCHEA DI TABRIZ

Quando Marco Polo arriva a Tabriz, due scalpellini stanno preparando cento decorazioni di pietra, numerate da 1 a 100, che abbelliranno la moschea in questo modo: quando il numero sulla pietra contiene almeno una cifra pari deve avere forma rettangolare; quando il numero sulla pietra contiene almeno una cifra 1 deve avere forma di rombo; perciò le pietre numerate da un numero che contiene una cifra pari e una cifra 1 devono essere sia rettangoli sia rombi, cioè quadrati.



Tutte le restanti decorazioni di pietra sono invece esagonali.

Quante saranno in tutto le decorazioni esagonali che abbelliranno la moschea di Tabriz?

10) DIVISIONI EQUE

Quando Marco Polo è passato per Costantinopoli, i commercianti della piazza principale stavano decidendo che la lunga corda, che delimita le diverse aree della piazza, venga così suddivisa:

- al fabbro 10 cubiti egiziani di corda in più di quella del pescivendolo;
- al vinaio e allo speziale la stessa lunghezza di corda;
- al pescivendolo 10 cubiti egiziani di corda in più rispetto quanto ricevuto dal vinaio;
- all'arrotino 10 cubiti egiziani di corda in più di quella del fabbro;
- al venditore di otri 10 cubiti egiziani di corda in più di quella dell'arrotino.

Se la corda disponibile ha una lunghezza totale di 250 cubiti egiziani, **quanti cubiti egiziani di corda spetteranno al pescivendolo se si esegue la divisione che rispetta tutte le condizioni?**

11) LE CLESSIDRE DI BALKH

Nella grande fabbrica delle clessidre dell'antica città di Balkh si può perdere la cognizione del tempo! Ci sono le clessidre con la sabbia verde, della durata di 3 minuti; le clessidre con la sabbia blu durano 5 minuti; quelle con la sabbia rosa 10 minuti; quelle con la sabbia gialla 15 minuti, e infine c'è la grande clessidra rossa che da sola dura 30 minuti. Marco Polo vuole misurare un intervallo di tempo di 30 minuti esatti e può disporre di un numero a piacere di clessidre di ogni tipo. **In quanti modi diversi può misurare questo intervallo di tempo?** (Due modi sono diversi se differiscono sul numero di almeno un tipo di clessidra. Gialla-Blu-Gialla e Gialla-Gialla-Blu sono dunque lo stesso modo).

12) LE MONETE DI TREBISONDA

A Trebisonda Marco Polo si imbatte in un conio particolare: le monete hanno tutte una precisa forma geometrica e più lati hanno e più valore hanno. Precisamente:

- per ottenere una moneta quadrangolare occorrono tre monete triangolari;
- per ottenere una moneta pentagonale occorrono quattro monete quadrangolari;
- per ottenere una moneta esagonale occorrono cinque monete pentagonali;

Un abitante del paese possiede 20.000 monete tutte triangolari e vuole cambiarle in modo da avere il minor numero possibile di monete. **Quante monete avrà dopo il cambio?**

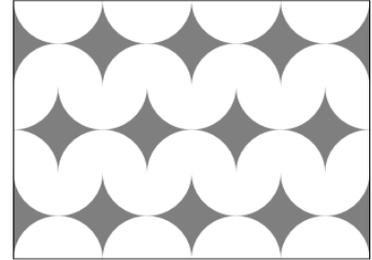
13) LA SCALINATA

A Bagdad, la lunga scalinata che conduce al palazzo è fatta in questo modo: un gradino largo, poi due stretti, un gradino largo, poi tre stretti, un gradino largo e poi quattro stretti, e così via aumentando sempre di un gradino i gruppi di gradini stretti. Marco Polo osserva che la scala termina con 5 gradini stretti per un totale di 140 gradini stretti in tutto. **Quanti gradini avrà in tutto la scala?**

14) IL PAVIMENTO DEL KAHN

Il pavimento di una delle stanze della residenza di Kublai Kahn a Pechino è come nella figura a fianco dove le semicirconferenze e i quarti di circonferenza bianchi nel rettangolo hanno tutti lo stesso raggio, lungo 7 cubiti.

Quanti cubiti quadrati misura l'area nera complessivamente?



15) ANCORA UN PROBLEMA!

... e quindi un terzo problema, sempre dalle pergamene fenice, ancora una volta di geometria.

«Un quadrato e un triangolo equilatero sono isoperimetrici, cioè hanno il perimetro uguale.

Quanto vale il rapporto tra la maggiore e la minore delle due aree?»

(Dare come risposta le prime 4 cifre del risultato non considerando l'eventuale virgola.)



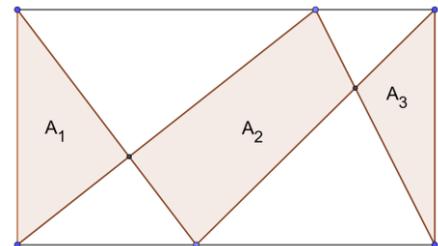
16) I GIOCATORI DI ACRÌ

Ad Acri Marco Polo viene accolto da una delegazione di 72 giovani della sua età ciascuno dei quali sa giocare a dama o a scacchi o ad entrambi. Sapendo che i $\frac{4}{7}$ di coloro che sanno giocare a dama non sanno giocare a scacchi, e i $\frac{3}{5}$ di coloro che sanno giocare a scacchi giocano anche a dama.

Quanti sono i giovani che sanno giocare ad entrambi i giochi?

17) LA STOFFA

Di ritorno a Venezia, dopo 24 anni, Marco Polo cominciò a commerciare le preziose stoffe acquistate in Cina. Una di esse, una bellissima stoffa a forma rettangolare è stata divisa in parti e quindi venduta. Se l'area del pezzo A_1 è di 47 cm^2 e quella del pezzo A_2 è di 89 cm^2 , **quanti mm^2 misura l'area del pezzo A_3 ?**



18) PORTA SOPRANA.

Non è ben chiaro il motivo, ma è certo che dopo il rientro dalla Cina, Marco Polo trascorse un periodo di prigionia a Genova, dove si pensa abbia scritto le sue memorie. Vicino alla prigione, inclusa nelle Mura del Barbarossa, Porta Soprana era uno dei principali accessi alla città nel medioevo. Ciascuna delle due torri della Porta è sormontata da 12 merli di pietra a coda di rondine. Ogni merlo reca scolpito un numero, inciso per numerare l'intera cinta muraria composta da ben 1070 merli.

I merli della prima torre hanno la numerazione da 53 a 64. Marco Polo, osservando dalla finestra della sua cella questi numeri, li ha sommati e ha fatto la seguente osservazione: è sufficiente moltiplicare questa somma per un numero di 2 cifre per ottenere il quadrato di un numero intero!

Qual è questo numero di 2 cifre?